No.of pages: 5

A-614

B.Sc. VI Sem. ATKT Examination 2020

Subject : Mathematics

<u>Real Analysis, Discrete Mathematics & Elementary Statistics</u>

Max.Marks : 125 Min.Marks:42

Note: Attempt all questions.

Section – ‘A’
(Objective Type Questions)
खण्ड –‘अ’
(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

1. Choose the correct answer out of four alternative answers: 2x5=10

दिये गये उत्तरों के चार विकल्पों में से सही उत्तर चुनिये।

(i) If $f(x) = c\ \forall\ x \in [a,b]$ then the value of $\int_a^b f(x)dx$ will be

(a) c (b) 0 (c) c(a-b) (d) c(b-a)

यदि $f(x) = c\ \forall\ x \in [a,b]$ तब $\int_a^b f(x)dx$ का मान होगाः

(a) c (b) 0 (c) c(a-b) (d) c(b-a)

(ii) Every convergent sequence in a metric space is:

(a) bounded (b) unbounded

(c) Monotonically decreasing (d) Monotonically increasing

दूरीक समष्टि में प्रत्येक अभिसारी अनुक्रम होता हैः:

(a) परिबद्ध (b) अपरिबद्ध

(c) एकदिष्ट ह्रासमान (d) एकदिष्ट वर्धमान

(iii) The number of elements that a Boolean algebra at least has:

बूलीय बीजगणित में कम से कम अवयवों की संख्या हैः

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

Contd...

(iv) Simplified form of the switching function $f(x) = x+x'y$ is :

(a) y (b) x.y (c) x (d) x+y

स्विचन फलन $f(x) = x+x'y$ का सरल रूप है:

(a) y (b) x.y (c) x (d) x+y

(v) The probability of throwing an even number with an ordinary dice is:

(a) 0 (b) 1 (c) 1/2 (d) 1/3

एक साधारण पासे को फेंकने पर ऊपरी फलक पर सम संख्या आने की प्रायिकता है:

(a) 0 (b) 1 (c) 1/2 (d) 1/3

Section – 'B'

(Short Answer Type Questions)

खण्ड –'ब'

(लघुउत्तरीय प्रश्न)

Note: Attempt all questions. सभी प्रश्नों को हल कीजिए।

2. If $f: [a,b] \rightarrow R$ be a bounded function and P is any partition of [a,b], then prove that:

$$L(P,f) \leq \cup(P,f)$$

यदि $f: [a,b] \rightarrow R$ एक परिबद्ध फलन है और [a,b] का कोई विभाजन P है तब सिद्ध कीजिए कि:

$$L(P,f) \leq \cup(P,f)$$

OR(अथवा)

If $f(x) = k$ on [a,b], show that f is R integrable on [a,b] and

$$\int_a^b f(x)dx = k(b-a)$$

यदि अन्तराल [a,b] पर $f(x) = k$ तब दर्शाइए कि [a,b] पर f रीमान समाकलनीय है तथा

$$\int_a^b f(x)dx = k(b-a)$$

3. Let R be the set of real numbers and let $d: R\times R \rightarrow R$ be a function defined by setting $d(x,y) = |x-y|, \quad \forall\ x,y \in R$, then d is a metric on R.

माना R वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है तथा $d: R\times R \rightarrow R$ एक फलन है जो $d(x,y) = |x-y|, \quad \forall\ x,y \in R$ से परिभाषित है तब d, R पर एक दूरीक है।

Contd…

OR(अथवा)

Prove that in any metric space, every convergent sequence is Cauchy sequence.

सिद्ध कीजिए कि किसी दूरीक समष्टि में प्रत्येक अभिसारी अनुक्रम कौशी अनुक्रम होता है।

4. Prove that $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$ is a tautology.

सिद्ध कीजिए कि $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$ एक पुनरुक्ति है।

OR(अथवा)

Define tautology and contradiction with example.

पुनरुक्ति और व्याघात को उदाहरण सहित परिभाषित कीजिए।

5. Show that the value of complete conjunctive normal form of a function of three variables x,y,z is zero.

दर्शाइए कि तीन चरों x,y,z के फलन के पूर्ण संयोजनीय प्रसामान्य रूप का मान भून्य होता है।

OR(अथवा)

Explain equivalence relation with example.

तुल्यता सम्बन्ध को सदाहरण सहित समझाइए।

6. Find the probability of throwing a sum of 7 in a single throw of two dice.

दो पासों को एक साथ उछालने पर योग 7 के आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

OR(अथवा)

If X and Y are two variables then show that :

$$E(X+Y) = E(X) + E(Y)$$

यदि X तथा Y दो चर हैं, तब सिद्ध कीजिए कि:

$$E(X+Y) = E(X) + E(Y)$$

Section – 'C'
(Long Answer Type Questions)
खण्ड –'स'
(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

7. Prove that every monotonic function is Reimann integrable.

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक एकदिष्ट फलन रीमान समाकलनीय होता है।

Contd…

OR(अथवा)

Prove that if $f \in R[a,b]$ and let a function F be defined on [a,b] as

$$F(x) = \int_a^x f(t)dt, \ \ x \in [a,b]$$

Then F is differentiable at any point $x_0 \in [a,b]$ at which f is continuous and $F'(x_0) = f(x_0)$.

सिद्ध कीजिए कि यदि $f \in R[a,b]$ तथा F एक फलन है जो [a,b] पर निम्न प्रकार परिभाषित है:

$$F(x) = \int_a^x f(t)dt, \ \ x \in [a,b]$$

तब F किसी बिन्दु $x_0 \in [a,b]$ पर अवकलनीय है जहाँ f, सतत है तथा $F'(x_0) = f(x_0)$.

8. Prove that in a metric space, every neighbourhood is an open set.

सिद्ध कीजिए कि एक दूरीक समष्टि में प्रत्येक सामीप्य (प्रतिवेश) एक खुला(विवृत) समुच्चय होता है।

OR(अथवा)

Let (X,d_1) and (Y,d_2) be two metric spaces and $f:X \to Y$ be a function, then prove that f is continuous at a point $x_0 \in X$ if and only if each sequence $\{x_n\}$ in X, converges to x_0 and if $n \to \infty$ then $f(x_n) \to f(x_0)$

माना (X,d_1) तथा (Y,d_2)दो दूरीक समष्टियाँ हैं तथा $f:X \to Y$ एक फलन है, तब सिद्ध कीजिए कि f किसी बिन्दु $x_0 \in X$ पर सतत है यदि और केवल यदि X में प्रत्येक अनुक्रम $\{x_n\}$; x_0 पर अभिसारी है तथा यदि $n \to \infty$ तो $f(x_n) \to f(x_0)$

9. Define Boolean Algebra. Prove that in a Boolean Algebra [B, +, ., ′] for any two elements a and b.

(i) $(a.b)' = a'+b'$ (ii) $(a+b)' = a'.b'$

बूलीय बीजगणित को परिभाशित कीजिए। सिद्ध कीजिए कि बूलीय बीजगणित [B, +, ., ′] में किन्ही दो अवयवों a तथा b के लिए

(i) $(a.b)' = a'+b'$ (ii) $(a+b)' = a'.b'$

OR(अथवा)

Draw a simplified circuit for the expressions:

(i) $F(x,y,z) = x.y.z + x.y'.z + x'.y'.z$

(ii) $F(x,y,z) = x.y'.z + (z+y).x'$

Contd…

निम्नलिखित व्यंजकों के सरलीकृत परिपथ खींचिए:

(i) $F(x,y,z) = x.y.z + x.y'.z + x'.y'.z$

(ii) $F(x,y,z) = x.y'.z + (z+y).x'$

10. Define the disjunctive normal for and change the following function into disjunctive normal form:

$$f(x,y,z) = (x+y+z)(xy+x'z)'$$

वियोजनीय प्रसामान्य रूप को परिभाषित कीजिए तथा निम्नलिखित फलन को वियोजनीय प्रसामान्य रूप में परिवर्तित कीजिए:

$$f(x,y,z) = (x+y+z)(xy+x'z)'$$

OR(अथवा)

If R and S be two equivalence relations defined on a set X, then prove that $R\cap S$ is also an equivalence relation defined on X.

यदि किसी समुच्चय X पर परिभाषित R तथा S दो तुल्यता सम्बन्ध हों, तो सिद्ध कीजिए कि $R\cap S$ भी X पर परिभाषित एक तुल्यता सम्बन्ध है।

11. If E_1 and E_2 are any two events, then prove that:

$$P(E_1\cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1\cap E_2)$$

यदि E_1 और E_2 कोई दो घटनायें हैं तब सिद्ध कीजिए कि:

$$P(E_1\cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1\cap E_2)$$

OR(अथवा)

Show that for the binomial distribution $(q+p)^n$,

$$\mu_{r+1} = pq(nr\mu_{r-1} + d\mu_{r/dp})$$

Where μ_r is the r^{th} moment about the mean.

दिखाइए कि द्विपद बंटन $(q+p)^n$ के लिए $\mu_{r+1} = pq(nr\mu_{r-1} + d\mu_{r/dp})$

जहाँ μ_r माध्य के परित: rवाँ आघूर्ण है।
